

Análise de circuitos em regime permanente sinusoidal

3º ANO 2º SEM.

2005/2006

Prof. Dr. Ricardo Mendes

Corrente Alternada Monofásica - noções fundamentais, amplitude e valor eficaz, representação em notação simbólica ou complexa, circuitos monofásicos com resistências, bobinas e condensadores, impedância e associações de impedâncias, potência instantânea, potências aparente, real e reactiva, compensação do factor de potência.

- **Corrente Alternada Trifásica**- noções fundamentais, amplitude e valor eficaz, representação em notação simbólica ou complexa, ligação em triângulo e estrela com e sem neutro.

Bibliografia

Principal

- Electric Circuits, W. Nilson
B 1100, NIL DEE
- Análise de Circuitos Eléctricos, Jaime, B. Santos, Minerva,
B 1100, SAN DEE

Secundária

- Electrical Circuits, J. Richardson and G. Reader,
B 1100, RIC DEE

R. Mendes

2005-2006

Avaliação

- 1 mini-teste
- 20% da Avaliação final
- 1 a 2 perguntas no exame final

R. Mendes

2005-2006

Contacto

DEM - Gabinete 239 790 724

ricardo.mendes@dem.uc.pt

R. Mendes

2005-2006

Objectivos

- Análise de circuitos monofásicos com tensão sinusoidal.
- Comportamento de componentes passivos R, L, C.
- Potência dissipada
- Factor de potência do dípolo

R. Mendes

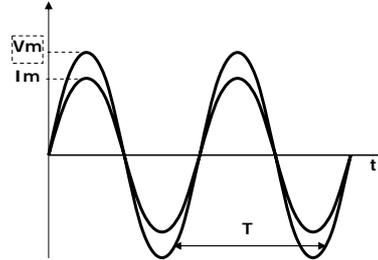
2005-2006

Função sinusoidal

$$f = \frac{1}{T} [\text{Hz}]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f [\text{rad/s}]$$

$$\theta = \omega t + \varphi [\text{rad}]$$



$$g(t) = G_m \sin(\theta) = G_m \sin(\omega t + \varphi)$$

R. Mendes

2005-2006

Representação Simbólica

$$\underline{G} = a + jb$$

$$\underline{G} = G \cos \theta + jG \sin \theta$$

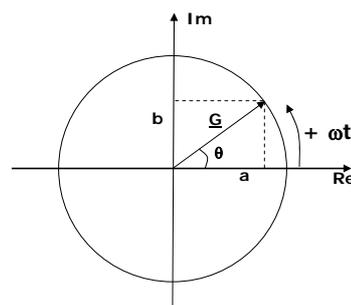
$$a = G \cos \theta$$

$$b = G \sin \theta$$

$$\underline{G} = G e^{j\theta} = G \exp(j\theta)$$

$$G = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$$



O fasor alternado $\underline{G} \exp(j\omega t)$ é um fasor girante, com velocidade angular ω , e com o sentido de rotação definido pelo sinal do argumento da função exponencial

R. Mendes

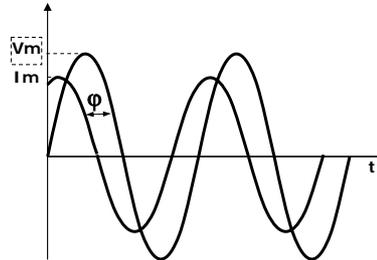
2005-2006

Ângulo de defasamento

$$\underline{G}_1 = G_1 / \varphi_1 \quad \underline{G}_2 = G_2 / \varphi_2$$

φ – Ângulo de defasamento

- Fase $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$
- Quadratura
 - avanço $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$
 - atraso $\varphi_1 - \varphi_2 = -\pi/2$
- Oposição $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$



A soma de duas grandezas alternadas sinusoidais com a mesma frequência é uma grandeza alternada com a mesma frequência.

2005-2006

R. Mendes

Derivada de uma função sinusoidal

- Derivada em ordem ao tempo de uma grandeza sinusoidal

$$g(t) = \sqrt{2}G_{ef} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{d(g(t))}{dt} = -\omega\sqrt{2}G_{ef} \sin(\omega t + \varphi) = \omega\sqrt{2}G_{ef} \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Representação simbólica

$$\frac{d(g(t))}{dt} = \omega \exp(j(\pi/2)) * \sqrt{2}G_{ef} \exp(j(\omega t + \varphi))$$

R. Mendes

2005-2006

Derivada de uma função sinusoidal

- A derivação em representação simbólica é sempre a multiplicação do fasor representativo da grandeza por $j\omega$, ou seja multiplicar a grandeza G por ω e desfasá-la de $\pi/2$ no sentido positivo, quadratura de avanço.

$$g(t) = G_{ef} \angle \varphi$$
$$\frac{d(g(t))}{dt} = \omega G_{ef} \angle \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right)$$

R. Mendes

2005-2006

Integral de uma função sinusoidal

- O integral em ordem ao tempo de uma grandeza sinusoidal

$$g(t) = \sqrt{2} G_{ef} \cos(\omega t + \varphi)$$
$$\int g(t) dt = \frac{1}{\omega} \sqrt{2} G_{ef} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{\omega} \sqrt{2} G_{ef} \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

- Representação simbólica

$$\int g(t) dt = \frac{1}{\omega} \exp(j(-\pi/2)) * \sqrt{2} G_{ef} \exp(j(\omega t + \varphi))$$

R. Mendes

2005-2006

Integral de uma função sinusoidal

- O integral, em representação simbólica, é sempre a divisão do fasor representativo da grandeza por $j\omega$, ou seja dividir a grandeza G por ω e desfasá-la de $\pi/2$ no sentido negativo, quadratura de atraso.

$$g(t) = G_{ef} \angle \varphi$$
$$\int g(t) dt = \frac{G_{ef}}{\omega} \angle \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right)$$

R. Mendes

2005-2006

Dipolos

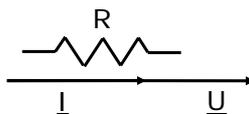
- Circuito eléctrico ou parte de um circuito compreendido entre dois terminais.
- É a representação de qualquer componente eléctrico com dois terminais: resistência; condensador; bobine; gerador; motor,....
- Apenas se vão considerar os dipolos que são atravessados por uma corrente eléctrica.

R. Mendes

2005-2006

Resistência – R (ohm, Ω)

- Uma resistência eléctrica é constituída por um material mais ou menos condutor dependendo do valor da resistência que se quer, e que se opõe à passagem da corrente eléctrica.
- A Impedância da resistência apenas possui a parte real de um número imaginário.

$$Z_R = R$$


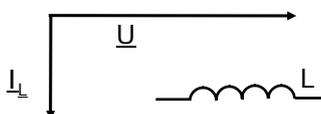
- Quando é aplicada uma tensão sinusoidal aos terminais de uma resistência ideal (ausência de inductâncias parasitas) obtém-se uma corrente eléctrica em fase com a tensão.

R. Mendes

2005-2006

Bobina – indutância L (Henry, H)

- Armazena energia sob a forma magnética, é tipicamente constituída pelo enrolamento de um fio condutor (espiras) em torno de um core tipicamente oco.
- X (ohm) é a reactância da bobine $X = \omega L$. A Impedância é Z.

$$Z_L = jX_L = j\omega L$$


- Quando é aplicada uma tensão sinusoidal aos terminais de uma bobine ideal (ausência de resistências parasitas) obtém-se uma corrente eléctrica desfasada da tensão $\pi/2$ em atraso (quadratura de atraso), e o seu valor eficaz é dado por $I = U/X$.

R. Mendes

2005-2006

Bobina – indutância L (Henry, H)

- O fasor da Tensão \underline{U} está desfasado de $\pi/2$ rad em avanço (j) sobre a corrente eléctrica \underline{I} .
- No estudo das máquinas eléctricas é muito importante conhecer o comportamento das grandezas eléctricas numa bobina com núcleo de material ferromagnético, o que é um dipolo não linear, portanto, não é abordado no presente ponto.

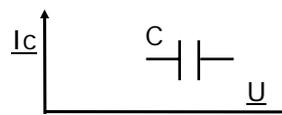
R. Mendes

2005-2006

Condensador - C (Faraday, F)

- Permite armazenar energia eléctrica (carga eléctrica), é tipicamente constituído por dois condutores a diferentes potenciais, em que um envolve completamente o outro, o espaço entre os condutores é preenchido por um material dieléctrico (polímero, papel, óleo).
- X (ohm) é a reactância do condensador $X = 1/\omega C$. A Impedância é Z.

$$(Z_C = -jX_C = 1/j\omega C = -j/\omega C)$$



R. Mendes

2005-2006

Condensador - C (Faraday, F)

- Quando é aplicada uma tensão sinusoidal aos terminais de um condensador ideal (ausência de resistências parasitas) obtém-se uma corrente eléctrica desfasada da tensão $\pi/2$ em avanço (quadratura de avanço), e o seu valor eficaz é dado por $I=U/X$.
- O fasor da tensão \underline{U} está desfasado de $\pi/2$ rad em atraso $(-j)$ sobre o fasor da corrente eléctrica \underline{I} .

R. Mendes

2005-2006

Lei de Ohm generalizada

- Na associação de dipolos, aplicam-se as leis dos circuitos eléctricos: A lei dos nodos e a lei das malhas
- Quando é possível, num dipolo de grande complexidade, substituir todas as resistências por uma resistência equivalente R e todas as reactâncias capacitivas ou indutivas por uma reactância equivalente X , e estes dois elementos estarem ligados em série, a relação entre a tensão e a corrente é dada pela lei de ohm em corrente alternada:

R. Mendes

2005-2006

Lei de Ohm generalizada

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

Seja Z a impedância complexa equivalente do dipolo.

$$\underline{Z} = (R + jX) \text{ e } \arg(\underline{Z}) = \arctg(X/R)$$

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = (R + jX) \underline{I} = R\underline{I} + jX\underline{I}$$

R. Mendes

2005-2006

Potência

- Um dipolo receptor está alimentado por uma tensão instantânea u , e é percorrido por uma corrente instantânea i .
- O valor da potência instantânea p consumida/dissipada no dipolo é, $p = ui$.

$$u = \sqrt{2}U \cos(\omega t)$$

$$i = \sqrt{2}I \cos(\omega t - \varphi)$$

- A potência instantânea é pulsatória

$$p = UI \cos(\varphi) + UI \sin(2\omega t - \varphi)$$

termo constante

- termo alternado sinusoidal
- frequência dupla da frequência da tensão de alimentação.

R. Mendes

2005-2006

Potência

- Potência Activa ou verdadeira, é absorvida pelo circuito (Watt, W)

$$P = UI \cos \varphi$$

- Potência Aparente, (Volt-ampere, VA). A potência aparente indica sempre a capacidade de um sistema eléctrico produzir uma dada transformação de energia

$$S = UI$$

- *Factor de Potência* razão entre a Potência Activa e a Potência Aparente

$$\lambda = P / S = (UI \cos \varphi) / UI = \cos \varphi$$

- No caso da tensão e da corrente eléctrica serem grandezas alternadas sinusoidais o valor do Factor de Potência é dado pelo cosseno do ângulo de defasamento entre aquelas grandezas

R. Mendes

2005-2006

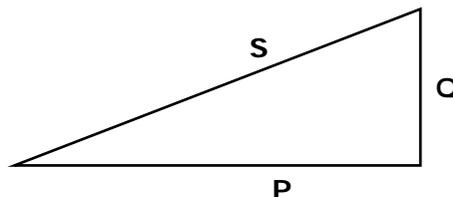
Potência

- Se o circuito/dipolo é reactivo, ou seja, possui componentes reactivos (armazenadores de energia) então o circuito eléctrico deve trocar (receber/ceder) uma quantidade de energia com a rede. O valor da potência em jogo é designada por Potência Reactiva e tem a unidade de (VAR).

$$Q = UI \sin \varphi$$

- As potências activa, aparente e reactiva estão relacionadas portanto da seguinte forma:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$



R. Mendes

2005-2006

Potência

$Q = 0$ Dipolo resistivo

$Q > 0$ Dipolo Indutivo

$Q < 0$ Dipolo Capacitivo

R. Mendes

2005-2006

Potência

- Quando no circuito receptor está a passar uma corrente eléctrica desfasada com um ângulo φ , em atraso, sobre a tensão, essa corrente pode ser considerada como a soma vectorial de uma corrente activa e de uma corrente reactiva.

$$I^2 = I_a^2 + I_R^2$$

- A corrente eléctrica reactiva não produz trabalho útil, apenas serve para criar e manter o campo magnético, nos dipolos indutivos, que constituem o receptor

R. Mendes

2005-2006

Potência

- A corrente activa I_a é a corrente necessária para o funcionamento da máquina.
- Portanto, num circuito indutivo se a componente reactiva tiver um valor significativo. O valor da corrente realmente absorvida pelo circuito (I) é superior a I_a . O aumento de consumo real de corrente eléctrica costuma ser onerado pelos fornecedores de energia eléctrica, que, terão de a produzir...

R. Mendes

2005-2006

Potência

- Existem três hipóteses de contratação do serviço de fornecimento de energia eléctrica (ver Tabela 1), tendo em conta as tarifas de baixa tensão normal até à potência de 20,7 kVA
- Estas tarifas são reguladas pela ERSE (Entidade Reguladora dos Serviços Energéticos – www.erse.pt) e praticadas pela EDP Distribuição.

R. Mendes

2005-2006

Potência

Encargos de potência em EUR/mês			
Potência Contratada (kVA)	Tarifa Social	Tarifa Simples	Tarifa BI-horária
1,15	0,45	1,79	–
2,30	0,93	3,71	–
3,45	–	5,51	7,66
4,60	–	7,73	9,88
5,75	–	9,95	12,11
6,90	–	12,17	14,34
10,35	–	18,40	20,58
13,80	–	24,74	26,93
17,25	–	30,90	33,11
20,70	–	37,39	39,61
Preços da energia em EUR/kW.h			
	Horas de vazio	Horas fora de vazio	
Tarifa Simples e Social	0,0988	0,0988	
Tarifa BI-horária	0,0540	0,0988	

Tabela 1 - Tarifas de baixa tensão normal

2005-2006